ПЛОТНОСТЬ ТОКА ИОННОЙ ЭМИССИИ

С. П. Никулин

Институт электрофизики УрО РАН, 620016 Екатеринбург, Россия
E-mail: nikulin@iep.uran.ru

Для оценки плотности тока ионной эмиссии из плазмы обычно используют формулу Бома

$$j = 0{,}61 e n_0 \sqrt{\frac{kT_e}{M}}\,, \tag{1}$$

где e – элементарный заряд, n_0 – концентрация плазмы, k – постоянная Больцмана, T_e - электронная температура, M – масса иона. В ходе проведенного анализа Бомом было показано, что для формирования слоя с преобладанием ионного заряда вблизи граничащего с плазмой электрода с потенциалом, отрицательным по сравнению с потенциалом плазмы, необходимо, чтобы на границе плазма - слой энергия ионов отвечала следующему условию

$$e j_0 \geq \frac{kT_e}{2}\,, \tag{2}$$

средняя скорость ионов на этой границе v_b, соответственно, должна быть не меньше, чем $(kT_e/M)^{1/2}$. Это условие известно как критерий Бома [1]. Для того, чтобы объяснить, каким образом ионы приобретают на выходе из плазмы такую скорость, было предложено разделить плазменную область на область невозмущенной плазмы с концентрацией n_0, в которой электрическое поле отсутствует, и область возмущенной плазмы, в которой выполняется условие квазинейтральности, но тем не менее существует электрическое поле, ускоряющее ионы в сторону границы плазма – слой. Эту область возмущенной плазмы Бом предложил называть предслоем. Если принять, что в предслое сосредоточен перепад потенциала $j_0 = kT_e/2$, разгоняющий ионы до скорости $(kT_e/M)^{1/2}$, а электроны распределены по Больцману, то для концентрации плазмы на границе предслой – слой выполняется следующее соотношение

$$n_b = n_0\, exp\left(-\frac{e j_0}{kT_e}\right) = n_0\, exp(-\frac{1}{2}) = 0{,}61 n_0\,, \tag{3}$$

Тогда, после умножения полученного значения на заряд и скорость иона, для плотности тока ионной эмиссии можно получить приведенную выше формулу Бома.

Проведенный анализ содержит грубое противоречие. Действительно, если считать, что в предслое происходит только ускорение ионов при отсутствии процессов ионизации, то из уравнения непрерывности мы получаем, что на границе между невозмущенной плазмой и предслоем должен протекать такой же ток, как и на границе предслой-слой, и должно выполняться

$$j = e n_b v_b = e n_0 v_0\,, \tag{4}$$

где v_0 –скорость ионов на границе невозмущенная плазма – предслой. Мы получаем, что в невозмущенной плазме, где электрическое поле отсутствует, ионы должны тем не менее каким - то образом набирать скорость $v_0 = j/(en_0) = 0{,}61\sqrt{kT_e/M}$. Кроме того, именно с этой скоростью ионы должны попадать в предслой, в то время, как было принято, что перепад потенциала в предслое должен обеспечивать набор ионами скорости от 0 до $(kT_e/M)^{1/2}$. Снять эти противоречия можно, если считать, что в предслое происходит не только ускорение ионов, но и их генерация, и провести совместный анализ уравнений движения и непрерывности.

Ток ионной эмиссии с учетом ионизации в предслое

Запишем уравнение непрерывности

$$\frac{d(nv)}{dx} = G(x)\,, \tag{5}$$

где G – число ионов, генерируемых внешним источником в единицу времени в единице объема, либо $G = n_i n$, если ионизацию осуществляют плазменные электроны.

Пренебрегая столкновениями ионов с атомами запишем уравнение движения в следующем виде

$$Mv\frac{dv}{dx} = -e\frac{dj}{dx} - \frac{kT_i}{n}\frac{dn}{dx} - \frac{G}{n}Mv\,. \tag{6}$$

Для электронов будем использовать закон Больцмана

$$n = n_0\, exp\left(\frac{ej}{kT_e}\right). \tag{7}$$

Дифференцируя получаем

$$\frac{dn}{dx} = n\frac{e}{kT_e}\frac{dj}{dx}\,. \tag{8}$$

Отсюда можно выразить производную потенциала. Подставляя ее и $G=d(nv)/dx$ в уравнение движения получим

$$Mv\frac{dv}{dx} = -\frac{kT_e}{n}\frac{dn}{dx} - \frac{kT_i}{n}\frac{dn}{dx} - \frac{d(nv)}{ndx}Mv\,. \tag{9}$$

Умножая все члены на n, деля на M и перенося все члены из правой части налево получаем

$$nv\frac{dv}{dx} + v\frac{d(nv)}{dx} + \frac{k(T_e+T_i)}{M}\frac{dn}{dx} = 0\,. \tag{10}$$

Вводя обозначение

$$v_s = \sqrt{\frac{k(T_e+T_i)}{M}}\;, \tag{11}$$

перепишем уравнение в виде

$$\frac{d}{dx}\left(n(v^2+v_s^2)\right) = 0\,. \tag{12}$$

Интегрируя и считая, что на границе между невозмущенной плазмой и предслоем скорость ионов равна 0 получаем

$$n(v^2+v_s^2) = n_0 v_s^2\,. \tag{13}$$

Разрешая полученное выражение относительно скорости получим

$$v = v_s\sqrt{\frac{n_0}{n}-1}\;. \tag{14}$$

Подставляя это соотношение в уравнение непрерывности получаем после дифференцирования

$$\begin{aligned} & v_s\sqrt{\frac{n_0}{n}-1}\,\frac{dn}{dx} - \frac{nv_s}{2\sqrt{\frac{n_0}{n}-1}}\frac{n_0}{n^2}\frac{dn}{dx} = \\ & = \frac{v_s}{\sqrt{\frac{n_0}{n}-1}}\left(\frac{n_0}{n}-1-\frac{n_0}{2n}\right)\frac{dn}{dx} = G \end{aligned} \tag{15}$$

Тогда для производной концентрации получаем

$$\frac{dn}{dx} = \frac{G\sqrt{\frac{n_0}{n}-1}}{v_s\left(\frac{n_0}{2n}-1\right)}\,. \tag{16}$$

При $n=n_0/2$ знаменатель обращается в 0, а производная концентрации, а значит и производная потенциала обращаются в бесконечность, т.е. происходит нарушение квазинейтральности. Таким образом на границе предслоя и слоя концентрация плазмы $n_b=n_0/2$. При этом значении концентрации выполняется соотношение $v=v_s$. Тогда для плотности тока ионной эмиссии получаем

$$j = \frac{en_0}{2}\sqrt{\frac{k(T_e+T_i)}{M}}\,. \tag{17}$$

Если температура ионов мала по сравнению с электронной, то

$$j = \frac{en_0}{2}\sqrt{\frac{kT_e}{M}}\;. \tag{18}$$

Интересно отметить, что несмотря на недостаточную обоснованность использования гидродинамики в бесстолкновительном режиме, при анализе проблемы на кинетическом уровне [1] было получено выражение

$$j = 0{,}344en_0\sqrt{\frac{2kT_e}{M}} \approx 0{,}49en_0\sqrt{\frac{kT_e}{M}}\,, \tag{19}$$

практически не отличающееся от вышезаписанного. Поскольку в столкновительном режиме применимость гидродинамических уравнений выглядит более обоснованной, то отмеченное совпадение можно использовать для получения универсальных соотношений для плотности тока ионной эмиссии, пригодных как в бесстолкновительном, так и в столкновительном режимах.

Ток ионной эмиссии с учетом ион – атомных столкновений в предслое

Запишем уравнение движения с учетом столкновений

$$Mv\frac{dv}{dx}=-e\frac{dj}{dx}-\frac{kT_i}{n}\frac{dn}{dx}-(\frac{G}{n}+n\,)Mv\,, \qquad (20)$$

где □ - эффективная частота ион-атомных столкновений. Используя прежнее обозначение $v_s=\sqrt{\frac{k(T_e+T_i)}{M}}$ преобразуем уравнение движения к следующему виду

$$\frac{d}{dx}\left(n(v^2+v_s^2)\right)=-nnv\,. \qquad (21)$$

Рассмотрим сначала случай *G=const*. Из уравнения непрерывности имеем $nv=Gx$. Подставляя в предыдушее уравнение и интегрируя получаем

$$n(v^2+v_s^2)-n_0v_s^2=-\frac{nGx^2}{2}\,. \qquad (22)$$

Заменяя *v* на *Gx/n* получим уравнение, связывающее *x* и *n*. При решении этого уравнения удобно считать независимой переменной не координату, а концентрацию. Тогда решение можно записать в более компактной форме

$$x=\frac{v_s}{G}\sqrt{\frac{n(n_0-n)}{1+\frac{nn}{2G}}}\,. \qquad (23)$$

Условие нарушения квазинейтральности $dn/dx\to\infty$ соответствует условию $dx/dn=0$. Дифференцируя и приравнивая производную 0 найдем, что квазинейтральность нарушается при

$$n=\frac{n_0}{1+\sqrt{1+\frac{nn_0}{2G}}}\,. \qquad (24)$$

Подставляя в выражение для *x* найдем, что нарушение квазинейтральности происходит в точке

$$x_p=\frac{n_0v_s}{G(1+\sqrt{1+\frac{nn_0}{2G}})}\,, \qquad (25)$$

и, соответственно, этим выражением определяется протяженность предслоя. Отметим, что протяженность предслоя должна быть намного меньше, чем диаметр электрода, на который отбираются ионы. В противном случае задача не может считаться одномерной. Плотность тока на выходе из предслоя определяется выражением $j=eGx_p$, и таким образом для плотность тока ионной эмиссии получаем

$$j=\frac{en_0\sqrt{k(T_e+T_i)/M}}{(1+\sqrt{1+\frac{nn_0}{2G}})}\,, \qquad (26)$$

причем скорость ионов на границе предслой – слой, как и в бесстолкновительном случае равна $\sqrt{k(T_e+T_i)/M}$.

Теперь рассмотрим случай *G=□$_i$n*. Из уравнения непрерывности имеем $dx=d(nv)/(n_in)$. Подставляя в уравнение движения получаем

$$d\left(n(v^2+v_s^2)\right)=-\frac{n}{n_i}vd(nv)\,. \qquad (27)$$

Разделяем переменные

$$-\frac{dn}{n}=\frac{(2+\frac{n}{n_i})vdv}{v_s^2+(1+\frac{n}{n_i})v^2}\,, \qquad (28)$$

и после интегрирования получаем

$$ln\left(\frac{n_0}{n}\right)=\frac{2n_i+n}{2(n_i+n)}ln\left(\frac{v_s^2+(1+\frac{n}{n_i})v^2}{v_s^2}\right). \qquad (29)$$

Анализируя уравнение движения и используя полученную связь концентрации и скорости можно показать, что условие нарушения квазинейтральности выполняется, как и в предыдущих случаях, при $v=v_s$. Тогда для концентрации плазмы на границе получаем

$$n_b=n_0(2+\frac{n}{n_i})^{-\frac{2n_i+n}{2(n_i+n)}}\,, \qquad (30)$$

а для плотности тока ионной эмиссии

$$j=en_0\sqrt{\frac{k(T_e+T_i)}{M}}(2+\frac{n}{n_i})^{-\frac{2n_i+n}{2(n_i+n)}}\,. \qquad (31)$$

Нетрудно видеть, что при низких давлениях, когда частота ион – атомных столкновений стремится к 0, полученное соотношение, справедливое в случае *G=□$_i$n$_e$*, также как и выражение (26), полученное в случае *G~const*, переходят в формулу (17), полученную в бесстолкновительном случае.

Литература

[1] Форрестер А. Т. Интенсивные ионные пучки. М.: Мир, 1991. –358 с.
[2] Harrison E. R., Thompson W. B. // Proc. Phys. Soc. 74, 145, 1959.