

# ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАССЕЯНИЯ МИКРОВОЛН ПОЧВОЙ СО СНЕЖНЫМ ПОКРОВОМ

## 1. Введение

В работе [1] впервые было рассмотрена задача взаимодействия микроволнового излучения со снежным покровом на почве с точки зрения радарной интерферометрии. В основе последней лежит использование интерферометрической фазы, представляющей собой разность фаз радарных сигналов, рассеянных одним элементом земной поверхности. Сигналы регистрируются либо одним сенсором в различное время (двухпроходная интерферометрия), либо одновременно двумя разнесенными антеннами одного сенсора (однопроходная интерферометрия). Интерферометрическая фаза в рассматриваемом случае представляет собой разность фаз радарных сигналов от земной поверхности со снежным покровом и в его отсутствие и может быть получена только при двухпроходной интерферометрии. В [1] исследуется только волна обратного рассеяния от почвы и не учитываются эффекты рассеяния от границы «воздух – снег». Такой подход можно назвать одноволновым и в нем неявно полагается, что из-за малого значения диэлектрической проницаемости снега влиянием границы «воздух – снег» можно пренебречь.

В данной работе проводится оценка влияния обратного рассеяния волн от границы «воздух – снег» на амплитуду и фазу радарного сигнала на основе разработки более общей интерферометрической модели обратного рассеяния по сравнению с одноволновым подходом.

## 2. Модель обратного рассеяния микроволн двухслойной средой «снег – почва». Метод малых возмущений.

### 2.1. Основные соотношения.

При построении модели обратного рассеяния микроволн от сухого снежного покрова на почве будем полагать, что снег является сплошной однородной средой и объемное рассеяние отсутствует. Это справедливо в С- и особенно в L-диапазонах, когда размеры снежных частиц много меньше длины волны.

На рис. 1 показана геометрия задачи и траектории микроволн, по которым они распространяются в отсутствие снежного покрова и при его наличии. В отсутствие снега волна 1, падающая из воздуха на почву под углом  $\theta_i$  рассеивается обратно шероховатостями почвы в виде волны  $w_{ag}$  (красная штриховая линия). Отметим, что на рис. 1 траектории падающих волн показаны сплошными линиями, а траектории рассеянных волны штриховыми линиями. В присутствии снежного покрова волна 2 при падении на снег из воздуха под углом  $\theta_i$  после преломления и распространения в снежном слое падает на границу «снег – земля» под углом  $\theta_i$  и рассеивается обратно теми же шероховатостями почвы в виде волны  $w_{sg}$ , траектория которой показана зеленой штриховой линией. В одноволновой модели [1] учитывается только эта рассеянная волна.

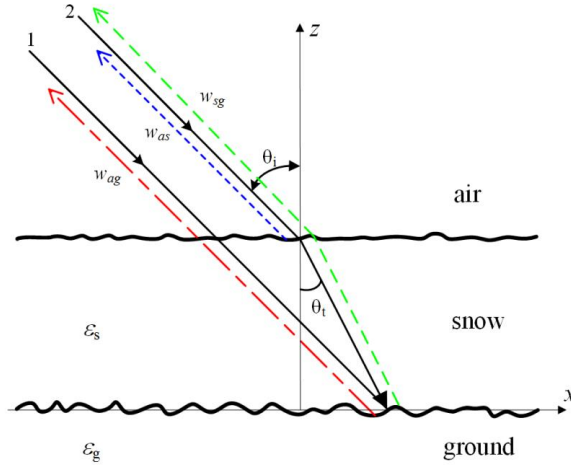


Рис. 1. Геометрия обратного рассеяния волны почвой без снежного покрова и со снежным покровом

Рассмотрим теперь более общую модель, учитывающую волну обратного рассеяния от границы «воздух – снег». Пусть из воздуха на слой снега, покрывающий землю, падает радарная волна 2 под углом  $\theta_i$  (рис.1). Радар находится в дальней зоне и падающую волну можно считать плоской волной  $\vec{E}_p^i = \vec{E}_{0p} e^{jk(x\sin\theta_i - z\cos\theta_i)}$  ( $k$  – волновое число в воздухе). Индекс  $p$  здесь и далее описывает поляризацию излучения:  $p = h$  при горизонтальной поляризации излучения и  $p = v$  при вертикальной поляризации; Однородная ground характеризуется комплексной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_g = \varepsilon'_g + j\varepsilon''_g$ , сухой снег полагаем непоглощающей средой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_s$ , диэлектрическая проницаемость воздуха равна 1. Граничные поверхности «воздух – снег» и «снег – почва» являются статистически шероховатыми поверхностями со случайными неровностями, высоты которых описываются некоррелированными между собой стационарными случайными функциями  $z_s(x, y)$  и  $z_g(x, y)$  со средними значениями  $\langle z_s \rangle = d$ , и  $\langle z_g \rangle = 0$  ( $d$  – средняя толщина снега), среднеквадратичными отклонениями  $b_s$  и  $b_g$ , радиусами корреляции  $l_s$  и  $l_g$ . Полагаем, что неровности малы по сравнению с длиной волны, их наклоны невелики и выполняются условия применимости метода малых возмущений  $kb_s, kb_g < 0,3$  и  $kl_s, kl_g < 3$  [2]. Считаем, что неровности не влияют на когерентное поле (борновское приближение). Падающая волна проходит в слой снега под углом  $\theta_i$ , определяемым законом Снеллиуса. Рассеянное поле при выходе из снега также преломляется по закону Снеллиуса. Коэффициенты отражения и прохождения когерентных волн определяются формулами Френеля для плоской границы раздела.

Поле обратного рассеяния является когерентной суммой волн, рассеянных на неровностях границ. Это волна  $w_{as}$ , рассеянная границей «воздух – снег» (траектория её на рис.1 обозначена синей штриховой линией) и волна обратного рассеяния  $w_{sg}$  (красная штриховая линия) от границы «snow – ground», возникающая после прохождения в слой и выхода из него (основная рассеянная волна). Кроме этих волн образуется более слабые волны обратного рассеяния, появляющиеся вследствие отражений от границ слоя и рассеяния на неровностях, однако влиянием этих волн пренебрегаем из-за малого значения коэффициента отражения от границы «сухой снег – воздух» (см. раздел 2.2).

Вследствие малости неровностей не учитываем флуктуации фазы волны и полагаем, что в приближении метода малых возмущений значения фаз обусловлены путями,

пройденными волнами в результате их взаимодействия с плоскими в среднем границами раздела.. Тогда случайное электромагнитное поле, рассеянное шероховатыми границами в обратном направлении, с амплитудой  $|E_p|$  и фазой  $\Phi$  можно представить в виде следующей суммы

$$|E_p| e^{j\Phi} = |E_{sp}| e^{j\Phi_s} + T_{sp} T'_{sp} |E_{gp}| e^{j\Phi_g}, \quad (1)$$

где слагаемые в правой части формулы описывают, соответственно, поля волн  $w_1$ ,  $w_2$ . В формуле (1)  $T_{sp}$  и  $T'_{sp}$  – коэффициенты прохождения волн через границу «воздух – снег», рассматриваемую в среднем, как плоская поверхность, в прямом и обратном направлениях, соответственно;  $|E_{sp}|$  – амплитуда поля, рассеянного неровностями снега на рис. 1;  $|E_{gp}|$  – амплитуда поля, рассеянного неровностями ground. Интерферометрические фазы  $\Phi_s$  и  $\Phi_g$  отсчитываются относительно фазы волны в отсутствие снежного покрова

$$\Phi_s = \psi - \varphi_0, \quad \Phi_g = \varphi + \psi - \varphi_0, \quad (2)$$

$$\text{где } \varphi = 2k\sqrt{\varepsilon_2}d / \cos\theta_s, \quad \psi = 2kd(\operatorname{tg}\theta_i - \operatorname{tg}\theta_t) \sin\theta_i, \quad \varphi_0 = 2kd / \cos\theta_i.$$

После усреднения соотношения (1) получим

$$\langle |E_p| \rangle e^{j\Phi} = \langle |E_{sp}| \rangle e^{j\Phi_s} + T_{sp} T'_{sp} \langle |E_{gp}| \rangle e^{j\Phi_g}, \quad (3)$$

где выражения в угловых скобках представляют собой средние амплитуды рассеянных полей. Полагаем, что квадраты этих средних амплитуд пропорциональны средним квадратам амплитуд. Это справедливо, например, для случайных величин, распределенных по закону Релея. Поскольку средний квадрат амплитуды поля обратного рассеяния пропорционален коэффициенту обратного рассеяния, то из выражения (3) следует

$$\sqrt{\sigma_p^0} e^{j\Phi} = \sqrt{\sigma_{sp}^0} e^{j\Phi_s} + T_{sp} T'_{sp} \sqrt{\sigma_{gp}^0} e^{j\Phi_g}, \quad (4)$$

где  $\sigma^0$  – результирующий коэффициент обратного рассеяния,  $\sigma_{sp}^0$  – коэффициент обратного рассеяния от границы «воздух – снег»,  $\sigma_{gp}^0$  – коэффициент обратного рассеяния от границы «снег – земля».

Величину  $\sqrt{\sigma_p^0} e^{j\Phi}$  можно назвать комплексным амплитудным коэффициентом обратного рассеяния. Учитывая соотношения между коэффициентами прохождения и коэффициентом отражения  $R_{sp}$  от границы «воздух – снег»:  $T_{sp} = 1 + R_{sp}$ ,  $T'_{sp} = 1 - R_{sp}$ , перепишем (4) в виде

$$\sqrt{\sigma_p^0} e^{j\Phi} = \sqrt{\sigma_{sp}^0} e^{j\Phi_s} + (1 - R_{sp}^2) \sqrt{\sigma_{gp}^0} e^{j\Phi_g}. \quad (5)$$

Для определения коэффициентов обратного рассеяния в (5) воспользуемся результатами метода малых возмущений [2] в приближении, не учитывающем деполяризацию. Метод малых возмущений дает следующее выражение для коэффициента обратного рассеяния волны, падающей под углом  $\theta_i$  из воздуха на шероховатую границу раздела со средой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ .

$$\sigma_p^0 = 8k^4 s^2 \cos^4 \theta \left| \alpha_p \right|^2 W(2k \sin \theta, 0). \quad (6)$$

В формуле (6) параметр  $s$  - среднеквадратичное отклонением неровностей,  $l$  - радиус корреляции неровностей. Функция  $W(2k \sin \theta, 0)$  является спектром неровностей шероховатой поверхности. Значения  $\alpha_p$  при горизонтальной и вертикальной поляризации определяются соотношениями

$$\alpha_h = \frac{\varepsilon - 1}{(\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i})^2}, \quad \alpha_v = (\varepsilon - 1) \frac{(\varepsilon - 1) \sin^2 \theta_i + \varepsilon}{(\varepsilon \cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i})^2}. \quad (7)$$

Коэффициенты обратного рассеяния  $\sigma_{sp}^0$  и  $\sigma_{gp}^0$  в (5) определяются с помощью формул (6), (7) путем подстановки в них соответствующих параметров снега и почвы. Для дальнейших оценок будем использовать спектр неровностей, соответствующий гауссовой корреляционной функции

$$W(2k \sin \theta, 0) = \frac{l}{2} \exp[-(kl \sin \theta)^2] \quad (8)$$

Тогда, например, для горизонтально поляризованных волн, получим

$$\sigma_{sh}^0 = 4k^4 b_s^2 l_s^2 \cos^4 \theta_i |\alpha_{sh}|^2 \exp[-(kl_s \sin \theta_i)^2], \quad (9)$$

$$\sigma_{gh}^0 = 4k^4 \varepsilon_s^2 b_g^2 l_g^2 \cos^4 \theta_i |\alpha_{gh}|^2 \exp[-(kl_g \sin \theta_i)^2], \quad (10)$$

где  $b_s, b_g$  - среднеквадратичные отклонения неровностей снега и почвы, соответственно;  $l_s, l_g$  - радиусы корреляции этих неровностей;

$$\alpha_{sh} = \frac{\varepsilon_s - 1}{(\cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon_s - \sin^2 \theta_i})^2}, \quad \alpha_{gh} = \frac{\varepsilon_g / \varepsilon_s - 1}{(\cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon_g / \varepsilon_s - \sin^2 \theta_i})^2} \quad (11)$$

## 2.2. Электрические свойства снега и почвы

Снег и почва в общем случае являются неоднородными средами. Различные дискретные элементы в них могут вызвать объемное рассеяние. Однако в L- диапазоне снег и почву обычно считают сплошными средами в связи с большой длиной волны.

Диэлектрическая проницаемость снега определяется его плотностью  $\rho$ . Плотность свежевыпавшего снега может быть заключена в пределах 0,02 - 0,15 г/см<sup>3</sup>. В результате оседания, процессов метаморфизма, ветрового давления плотность сухого снега может иметь значения 0,2 - 0,5 г/см<sup>3</sup>. Сухой снег состоит из смеси льда и воздуха, его действительная часть диэлектрической проницаемости определяется полуэмпирическим соотношением [3]

$$\varepsilon_s = 1 + 1.6\rho + 1.86\rho^3 \quad (12)$$

где  $\rho$  - численное значение плотности снега, выраженной в г/см<sup>3</sup>. Это соотношение справедливо для частот в диапазоне 100 МГц - 10 ГГц и для плотности снега, меньшей 0,5. Мнимая часть диэлектрической проницаемости снега в радиолокационном L-диапазоне не превышает 10<sup>-3</sup>, т.е. сухой снег практически является диэлектриком, что позволяет радиоволнам проникать достаточно глубоко в снег. Таким образом, диэлектрическая проницаемость снега невелика, например, при  $\rho = 0,3$  она равна 1,53.

Электрические свойства почвы характеризуются комплексной диэлектрической проницаемостью (КДП)

$$\varepsilon_{soil} = \varepsilon' + i\varepsilon'' \quad (13)$$

где  $\varepsilon'$  – действительная часть, а  $\varepsilon''$  – мнимая часть КДП.

Наибольшее влияние на КДП почвы оказывает влажность почвы, что связано с большим различием между диэлектрической проницаемостью сухой почвы, заключенной в пределах порядка 2–3 и проницаемостью воды, составляющей значение порядка 80. В работе [4] для влажной почвы для L-диапазона были получены эмпирические зависимости для диэлектрической проницаемости влажной почвы в зависимости от влажности почвы, процентного содержания глины и процентного содержания песка.

Диэлектрическая проницаемость мерзлой почвы при температурах ниже  $-3^\circ\text{C}$  в зависимости от состава и температуры почвы согласно зависимостям, приведенным в [5, 6], имеет значения  $\varepsilon' = 4 - 6$ ,  $\varepsilon'' = 0,1 - 1$ .

### 2.3. Влияние снежного покрова на почве на уровень поля обратного рассеяния и интерферометрическую фазу в приближении метода малых возмущений.

Значение комплексного амплитудного коэффициента обратного рассеяния, описываемого формулой (5) зависит от длины волны, угла падения (параметры радара) и от диэлектрических проницаемостей снега и почвы и их физических и статистических характеристик (параметры радарного изображения). Таким образом, в модели имеется достаточно много параметров, варьируя которые можно получить различные результаты.

Проведем оценку изменений величины обратного рассеяния от почвы со снежным покровом и без него. Наличие изменений может являться инструментом для диагностики наличия и параметров снежного покрова. Для практического анализа радарных изображений необходимы количественные оценки степени влияния регулярных и статистических параметров на обратное рассеяние снежного покрова на почве. Для предварительных оценок примем, что неровности снега и почвы имеют гауссовы спектры и равные значения среднеквадратичных отклонений и радиусов корреляции.

Ограничимся случаем горизонтальной поляризации. Обозначив коэффициент обратного рассеяния при отсутствии снега, как  $\sigma_{0gh}^0$ , из формулы (7) получим

$$\sigma_{0gh}^0 = 4k^4 b_g^2 l_g^2 \cos^4 \theta_i |\alpha_{0gh}|^2 \exp[-(kl_g \sin \theta_i)^2], \quad (14)$$

$$\text{где } \alpha_{0gh} = \frac{\varepsilon_g - 1}{(\cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon_g - \sin^2 \theta_i})^2}$$

В формуле (14) полагается, что статистические параметры неровностей земли при отсутствии снега таковы же, как и при наличии снежного покрова. Тогда отношение  $K$  интенсивности обратного рассеяния от почвы, покрытой снегом, к интенсивности обратного рассеяния в отсутствие снега имеет вид

$$K = (1 - R_{sh}^2)^2 \varepsilon_s^2 \left( \frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_i} \right)^4 \left| \frac{\alpha_{gh}}{\alpha_{0gh}} \right|^2 \frac{\exp[-(k\sqrt{\varepsilon_s} l_1 \sin \theta_i)^2]}{\exp[-(kl_1 \sin \theta_i)^2]}. \quad (15)$$

Из формулы (15) следует, что изменения плотности снега по-разному влияют на множители, входящие в формулу. Например, увеличение плотности снега вызывает увеличение коэффициента отражения от снега, что приводит к уменьшению первого множителя и, наоборот к увеличению второго множителя. Отметим также, что параметр  $K$  не зависит от частоты. Обозначим множители в правой части (15) следующим образом

$$K_1 = (1 - R_{sh}^2)^2, \quad K_2 = \varepsilon_s^2, \quad K_3 = \left( \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} \right)^4, \quad K_4 = \left| \frac{\alpha_{gh}}{\alpha_{0gh}} \right|^2, \quad K_5 = \frac{\exp[-(k\sqrt{\varepsilon_s}l_1 \sin \theta_i)^2]}{\exp[-(kl_1 \sin \theta_i)^2]}. \quad (16)$$

Множитель  $K_5$  в (16) равен 1 и отношение (15) не зависит от статистических параметров.

На рис. 2 показаны расчетные зависимости каждого из сомножителей (16) и их произведения  $K$  от плотности снега  $\rho$  при углах падения волны  $25^\circ$  и  $40^\circ$  и различных значениях диэлектрической проницаемости почвы. Почва при наличии снега считалась мерзлой, и её диэлектрическая проницаемость для оценок принималась равной  $6 + 0,6j$ . Почва в отсутствие снега полагалась влажной и имеющей значения объемной влажности 10%, 20% и 30%. Этим значениям влажности согласно [4] соответствуют следующие величины комплексной диэлектрической проницаемости почвы  $\varepsilon(10\%) = 4,44 + 1,08j$ ,  $\varepsilon(20\%) = 8,41 + 2,17j$ ,  $\varepsilon(30\%) = 14,35 + 3,60j$ .

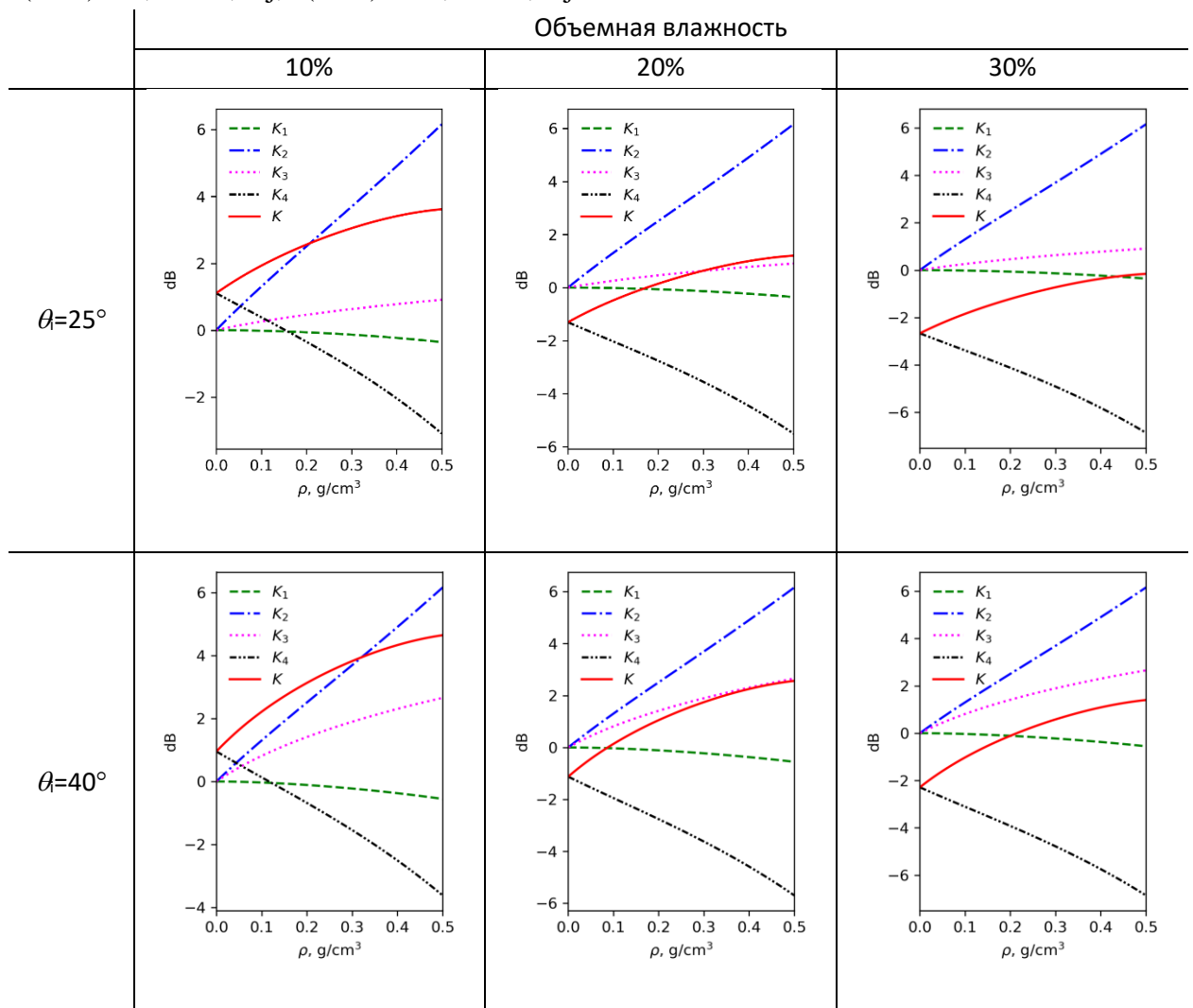


Рис. 2. Зависимости отношения коэффициентов обратного рассеяния при наличии снежного покрова и при его отсутствии при объемной влажности почвы 10%, 20%, 30% и углах падения  $25^\circ$  и  $40^\circ$ .

Приведенные результаты показывают, что при использованных параметрах расчета наличие снежного покрова при плотности снега  $0,2 - 0,3 \text{ г/см}^3$  в большинстве случаев приводит к увеличению обратного рассеяния по сравнению со случаем отсутствия снега на почве. Это увеличение достигает 4 дБ для влажности 10% и угла падения  $40^\circ$ . Только при

высокой влажности почвы 30% и угле падения 25° это отношение немного меньше единицы и составляет примерно -1 дБ.

Оценим теперь вклад границы «воздух – снег» на амплитуду и фазу волны обратного рассеяния. С этой целью разделим левую и правую части формулы (5) на второй член в правой части, описывающий основную рассеянную волну, и получим для  $h$  - поляризации

$$M_h e^{j\Delta\Phi} = 1 + M_{1h} e^{j\Delta\Phi_1}, \quad (17)$$

$$\text{где } M_{1h} = \frac{1}{1 - R_{sh}^2} \sqrt{\frac{\sigma_{sh}^0}{\sigma_{gh}^0}}, \quad \Delta\Phi_1 = \Phi_s - \Phi_g.$$

Параметр  $M_h$  описывает влияние волны, рассеянной границей «воздух – снег», на результирующую амплитуду рассеянной волны, а параметр  $\Delta\Phi$  на её фазу.

Полагаем для предварительных оценок, что статистические параметры шероховатостей почвы и снега одинаковы. Тогда выражение (17) не зависит от этих параметров. Введем величину относительных вариаций фазы  $\delta\Phi = |\Delta\Phi/\Phi_g|$  за счет волны, рассеянной поверхностью снега.

На рис. 3 представлены зависимости величины  $M_h$  от глубины снежного покрова  $d$ . Эти расчетные данные получены при значении диэлектрической проницаемости мерзлой почвы  $\varepsilon = 6 + 0,6j$ , плотностях снега  $\rho = 0,2$  и  $\rho = 0,4$ , углах падения волны  $\theta = 25^\circ$  и  $\theta = 40^\circ$ . Как и ранее, полагаем, что дисперсии и радиусы корреляции неровностей снега и почвы равны друг другу. Приведенные результаты показывают, что влияние обратного рассеяния от неровностей поверхности снега в этом случае может приводить к изменениям амплитуды до 3 дБ.

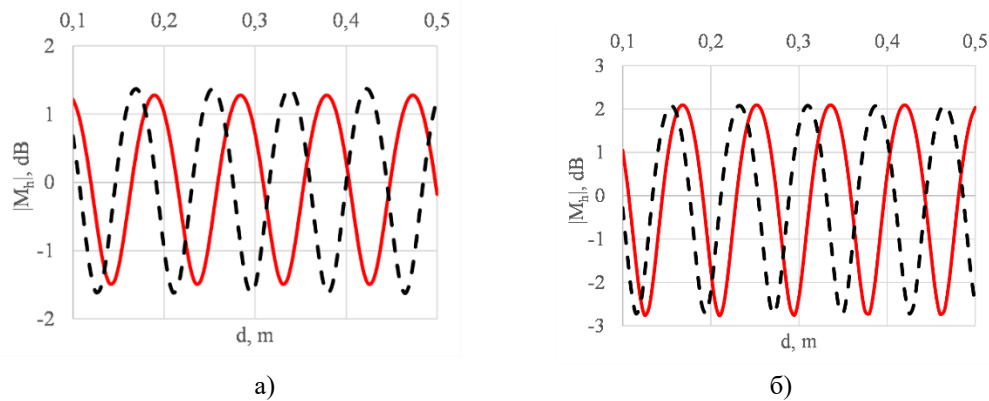


Рис. 3. Относительные изменения амплитуды радарного сигнала в зависимости от глубины снега; сплошные красные линии –  $\theta = 25^\circ$ , штриховые синие линии –  $\theta = 40^\circ$ , а)  $\rho = 0,2$  г/см<sup>3</sup>, б)  $\rho = 0,4$  г/см<sup>3</sup>.

На рис. 4 представлены относительные вариации интерферометрической фазы  $\delta\Phi$  от глубины снега. Представленные зависимости показывают, что относительные вариации в рассматриваемых ситуациях могут превышать 10%. Отметим, что при увеличении глубины снега относительные вариации уменьшаются. Этот результат объясняется тем, что с увеличением глубины снега значение  $\Phi_g$  растет быстрее, чем  $\Delta\Phi$ . При глубине снега, большей 40 см, относительные вариации интерферометрической фазы не превышают 4%, т.е. рассматриваемом гипотетическом случае равенства среднеквадратичных значений и радиуса корреляции неровностей поверхности почвы и поверхности снега влияние обратного рассеяния от границы «воздух – снег» на интерферометрическую фазу является достаточно слабым.

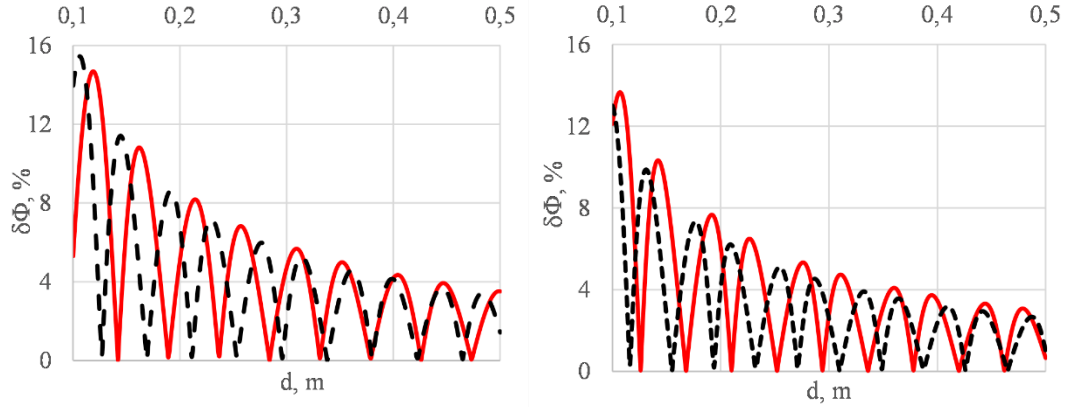


Рис. 4. Относительные вариации интерферометрической фазы в зависимости от глубины снега; сплошные красные линии –  $\theta = 25^\circ$ , штриховые синие линии –  $\theta = 40^\circ$ , а)  $\rho = 0,2 \text{ г/см}^3$ , б)  $\rho = 0,4 \text{ г/см}^3$ .

#### 2.4. Оценка ошибок в определении водного эквивалента снега вследствие линейного приближения фазы

Разность фаз основной волны обратного рассеяния, прошедшей снежный покров и волны обратного рассеяния в отсутствие снежного покрова согласно (2) определяется соотношением

$$\Phi_1 = \varphi + \psi - \varphi_0, \quad (18)$$

которое следует из геометрии задачи и закона Снеллиуса. После преобразований (18) принимает вид [1]

$$\Phi_1 = 2kd(\sqrt{\varepsilon_s - \sin^2 \theta_i} - \cos \theta_i). \quad (19)$$

Обозначим разность в скобках в (19) как  $\xi_g$ , которая после подстановки значения  $\varepsilon_s$  принимает вид

$$\xi_g = \sqrt{\cos^2 \theta_i + 1,6\rho + 1,86\rho^3} - \cos \theta_i. \quad (20)$$

На рис. 5 приведены зависимости параметра  $\xi_1$  от плотности снега при различных значениях угла падения волны  $\theta_i$ . Вид кривых показывает, что зависимости параметра  $\xi_1$  от плотности снега близки к линейным зависимостям, поэтому аппроксимируем  $\xi_1$  линейной функцией от  $\rho$ . Удовлетворительные результаты дает зависимость

$$\xi_g' = \frac{0,75}{\cos \theta_i} \rho. \quad (21)$$

где  $\rho$  - численное значение плотности снега, выраженной в  $\text{г/см}^3$ .



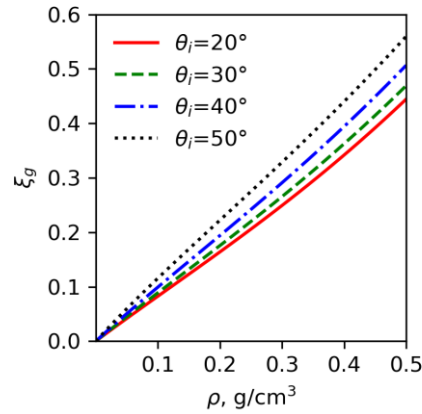


Рис. 5. Зависимости параметра  $\xi_g$  от плотности снега при различных углах падения волны

На рис. 6 приведены относительные погрешности  $\delta\xi_g = |\xi_g - \xi'_g| / \xi_g$  аппроксимации (21) в зависимости от угла падения и плотности снега. Анализ представленных зависимостей показывает, что в области обычно используемых углов падения радарных волн  $20^\circ - 45^\circ$  и обычно встречающихся плотностей сухого снега ( $0,2 - 0,3$ ) г/см<sup>3</sup> относительные погрешности не превышают 4%. Сравнение (20) с линейными зависимостями параметра  $\xi_1$ , полученными в работах [1, 7] показывает их достаточную близость друг другу. Так, приведенная в [1] зависимость для угла падения  $23^\circ$  имеет вид  $\xi'_g = 0,87\rho$ , а формула (21) дает зависимость  $\xi'_g = 0,82\rho$ . При необходимости более точной аппроксимации можно воспользоваться результатами [7], где получена зависимость  $\xi'_g = 0,5\alpha(1,59 + \theta^{5/2})\rho$ . Значение  $\alpha$ , заключенное в пределах  $0,94 - 1,05$ , можно подобрать для определенной комбинации углов падения и плотностей снега из приведенных графических зависимостей. Это обеспечивает относительную ошибку, меньшую 3%. Однако такой подход требует предварительного сведений о плотности снега, которые не всегда известны.

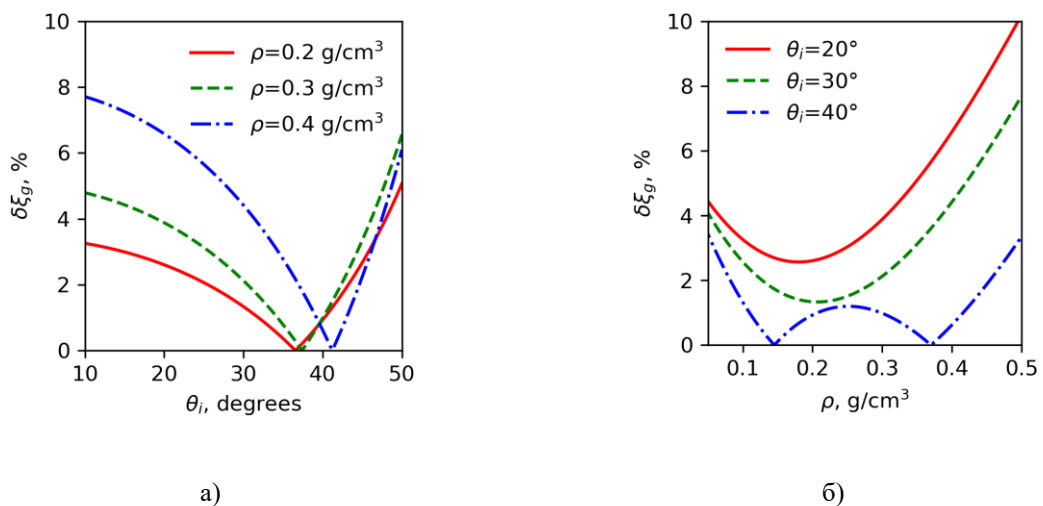


Рис. 6 Зависимости относительных погрешностей данной линейной аппроксимации дифференциальной фазы в зависимости от: а) угла падения, б) плотности снега.

Таким образом, интерферометрическая фаза основной рассеянной волны линейно связана с плотностью снега с хорошей точностью и, соответственно, она прямо

пропорциональна SWE. Этот важный для практики результат получен впервые в [30]. Используя формулы (19) и (21), получим соотношения, связывающие интерферометрическую фазы с плотностью снега и SWE

$$SWE = \frac{\Phi_1 \cos(\theta)}{1,5k} \quad (22)$$

$$\Phi_1 = \frac{1,5kd\rho}{\cos(\theta)} \quad (23)$$

Подчеркнем, что последняя формула справедлива и в случае слоистого строения снежного покрова [7]. В формулах (22) и (23) значение высоты снега и водного эквивалента снега выражено в сантиметрах, плотности снега в  $\text{г/см}^3$  и волнового числа в  $\text{см}^{-1}$ .

Суммируя относительные погрешности определения интерферометрической фазы вследствие влияния волны, рассеянной границей «воздух - снег», и нелинейности формулы (19) получим, что результирующая погрешность формулы (22) не превышает 8% для углов падения  $20^\circ - 45^\circ$  и плотности снега  $(0,2 - 0,3) \text{ г/см}^3$ .

### 3. Крупномасштабные неровности. Метод Кирхгофа.

Выше изложена приближенная модель обратного рассеяния микроволн от плоского в среднем снежного слоя, лежащего на плоской в среднем земной поверхности. Модель использует метод малых возмущений. Однако на практике земная поверхность помимо малых случайных неровностей имеет топографические неровности, а средняя поверхность снега также в общем случае является неровной, как это показывают снегомерные съемки. Полагаем неровности рельефа и поверхности снега крупномасштабными и пологими. В этом случае для расчета интерферометрической фазы можно воспользоваться приближением Кирхгофа [2].

Полагаем углы наклонов поверхности снега  $\alpha$  и поверхности земли  $\beta$  к горизонтальной поверхности считаем малыми

$$|\alpha| \ll 1, \quad |\beta| \ll 1, \quad (23)$$

а масштабы изменения поверхности снега  $L_s$  и земли  $L_g$  вдоль горизонтальных направлений считаем большими

$$\lambda < L_s, \lambda < L_g. \quad (24)$$

Аппроксимируем неровные поверхности, плоскостями, касательными к точкам падения первичного и преломленного лучей. Для предварительных оценок полагаем поверхности двумерными. Пусть касательная плоскость к поверхности снега наклонена под углом  $\alpha$  к горизонтальной плоскости, а касательная плоскость к поверхности почвы составляет угол  $\beta$  с горизонтальной плоскостью. Волна падает на снежный покров под углом  $\theta_i$  к нормали к горизонтальной поверхности и под углом  $\theta'_i$  к нормали к касательной поверхности. Углы связаны соотношением

$$\theta'_i = \theta_i + \alpha. \quad (25)$$

Тогда после ряда выкладок получим для интерферометрической фазы с учетом только основной обратной волны рассеяния от почвы

$$\Phi'_1 = \Phi_1 \pm \Delta\Phi', \quad (26)$$

где  $\Phi_1$  - интерферометрическая фаза, описываемая выражением (19), а  $\Delta\Phi'$  определяет изменение этой фазы вследствие наклонов поверхностей снега и земли и при учете только членов первого порядка малости имеет вид

$$\Delta\Phi' = 2k\sqrt{\varepsilon_s}d \left[ \alpha \tan \theta_i (1 + \sec \theta_i) + \beta \sec \theta_i \tan \theta_i \right]. \quad (27)$$

При  $\Delta\Phi' \ll \pi$  изменение фазы будет малым и для расчета интерферометрической фазы можно использовать соотношение (5) со значениями коэффициентов обратного рассеяния, полученными в приближении Кирхгофа [2]

$$\sigma_p^0 = k^2 l^2 \cos^2 \theta |R_p|^2 \exp \left[ -(2ks \cos \theta)^2 \right] \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2ks \cos \theta)^{2n}}{n!} I,$$

где  $R_p$  - коэффициенты отражения Френеля (индекс  $p$  описывает поляризацию волны),

$$I = \frac{1}{n} \exp \left[ -\frac{(kl \sin \theta)^2}{n} \right] \text{ для гауссовского коэффициента корреляции } r(\xi) = \exp(-\xi^2/l^2).$$

Условиями применимости приближения Кирхгофа определяются соотношениями

$$kl > 6, \quad l^2 > 2,76s\lambda.$$

### Литература

1. Guneriussen T., Hogda K. A., Johnsen H., Lauknes I. InSAR for estimation of changes in snow water equivalent of dry snow // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2001. V. 39. № 10. pp. 2101–2108.
2. F. T. Ulaby, R. K. Moore, and A. K. Fung. *Microwave Remote Sensing: Active and Passive, Vol. II: Radar Remote Sensing and Surface Scattering and Emission Theory*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1982.
3. 42. Mätzler C. Microwave permittivity of dry snow. // *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 1996. V. 34. №. 2. pp. 573–581.
4. Hallikainen M., Ulaby F., Dobson M., El-Rayes M., Wu L. Microwave dielectric behavior of wet soil: Part I. Empirical models and experimental observations // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1985, V. 23, №1, p. 25–34.
5. Zhang, L., J. Shi, Z. Zhang, and K. Zhao. The estimation of dielectric constant of frozen soil-water mixture at microwave bands," *Proc. of IGARSS*, 2903-2905, Toulouse, France, July 21-25, 2003.
6. Mironov V.L., Kosolapova L.G., Lukin, Y.I., Karavaysky A.Y., Molostov I.P., Temperature- and texture-dependent dielectric model for frozen and thawed mineral soils at a frequency of 1.4 GHz. *Remote Sens. Environ.* 2017. 200, 240–249.
7. Leinss S., Wiesmann A., Lemmetyinen J., Hajnsek I. Snow water equivalent of dry snow measured by differential interferometry. // *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens.* 2015. V. 8. №. 8. pp. 3773–3790.